

2009. 6.



• •

---

.....	1
. .....	7
. .....	10
1. ....	10
2. ....	12
3. ....	15
. ....	19
1. (call option) (put option) .....	19
2. 가 .....	21
3. 가 .....	24
. ....	27
1. ....	27
2. 가 가 .....	29
3. ....	34
4. 가 .....	44
. ....	47
.....	50
: .....	53

• •

---

< - 1> I .....38

< - 2> II.....42

---

<	- 1>	(KIKO) 가	.....21
<	- 2>	가 (F=10).	.....24
<	- 3>	가	.....26
<	- 1>	( ) 가 가 (V(P))	.....30
<	- 2>	( ) 가 가 (F(P))	.....31
<	- 3>	(D) 가 가 (V(P))	.....32
<	- 4>	(D) 가 가 (F(P))	.....34
<	- 5>		.....39
<	- 6>		.....40
<	- 7>		.....44



< >

1.

2008 9

1930

.

가

가

.

.

-

(uncertainty)

가 (irreversibility)

가

.

2.

2000

.

- (mortgage)

가 .

-

.

-

( )

.

가

가 가

(self - reinforcing)

.

.

가

.

2008

가

가

(counterparty risk)

.



3.

,

.

- 가  
가 가 (Modigliani - Miller I).
- 가 가 가  
가 가 가
- .
- 가 가
- 가
- .
- 가 가 가 (upside gain)  
가 가  
(downside loss) (hedge) 가
- .
- (
- )
- 가 .

## 4.

가

가 .

- ( )

가 가 .

가 가 가

가 가 가 .

-

가 가

가 .

가 가 가

- , 가 가

2 ~4 .

가 가 가

.

가 , 가

.

가

가

,

-

가 가

가

.

5.

.

-

.

,

.

-

가 가

가 가

,

가

.

(coordination failure)

.

.

- (panic theory) ,  
가

.

- (moral hazard theory)  
.  
( 가 .

I.

2008 9

1930

.

-

가

.

-

.

.

(self - fulfilling)

.

- 1990

(New Economy)

가

가

.

- 2000  
2007~

2008

.

가

.

- ( , Stiglitz and Weiss,  
1981).

- ( , Krugman, 1979 ;  
Calvo, 1995).

- 가 가  
( , Agenor and Aizenman, 1997).

가 .

- (fragility)

가

.

- (uncertainty)  
가 (irreversibility) 가  
.
- .
- 
- .
- 
- 가 가  
.
- 
- 가 가  
(irreversible) 가  
가<sup>1)</sup>
- 
- 가 .

1



(call option)

(

).

-

.

(option to be guaranteed)

.

-

(deposit insurance),

(loan guarantee),

(bailout),

가

<sup>2)</sup>

(put option)

<sup>3)</sup>

-

.

2) 1980

가

가

가

-

3)

1980

2000

'Greenspan put'

·  
- ,  
가 가 (too - big - to - fail)  
(private  
cost) (social cost) 가 .

2.

2000

·<sup>4)</sup>  
가  
(originate -  
and - distribute model)  
·  
- 가

---

4)

Diamond and Rajan(2009) Brunnermeier(2009) .

- , , 가  
가 .  
(mortgage)  
5)  
가 .  
- 가가  
가 가  
가  
가가 가 .  
가 (systemic  
risk) 가  
(tail risk)  
가 .  
- CEO  
(financial trader)  
,  
.

---

5) ) CDO(Collateralized Debt Obligation:  
,  
.

- 
- 
- (pipeline risk)
- 
- 가
- 가
- (liquidity bubble) (credit bubble)
- 
- ,
- ( )
- 
- 가
- 가 (self - reinforcing)
- 가
- 
- 2007 가
- 
- ,
- (de facto)

3.

- , (expectation) (exuberance)  
, (fear)  
가

가 가  
(self - reinforcing)

- 가  
(self - fulfilling panic)  
(coordination failure)가

가 가

가 가

- 가 가
- 가 가 loss spiral .<sup>6)</sup>
- 가
- (margin) 가
- (haircut)
- 가 가
- margin/haircut spiral .<sup>7)</sup>

- 2008

- 6) , 100 10 90 가  
( / ) 100 /10 =10 , 가 가 95  
5 5  
10 50 45  
가 가 가
- 7)  
(deleveraging) 가 Brunnermeier(2009)

가

가

가 .

가

.

- (deposit insurance)  
(bank run)

2008

가 .

- , AIG 2008 9 ,  
CDS(Credit Default Swap)  
가

(margin call)

(margin run ).

2008 가

가

(counterparty risk)

.

- 가

가

.

-

가

가 .



# 1. (call option) (put option)

- ( ) 가  
가 ( ) .
- 가 ( )  
)가 가 가 .
- 가 가  
, ,  
(  
).
- T 가  
C 가 P 가 X 가  
F .
- ( )  $C = \text{Max}[X - F, 0]$  (1)  
( )  $P = \text{Max}[F - X, 0]$  (2)
- < 1> 가

< 1> (KIKO)

Knock - Out ( , 970 ) Knock - In ( , 1,050 ) 가 ( , 1,010 ) .

- KO 가 가  
가 KI 가 .

KI KO  
, KO (hedge)가 가  
KI 가  
가 .

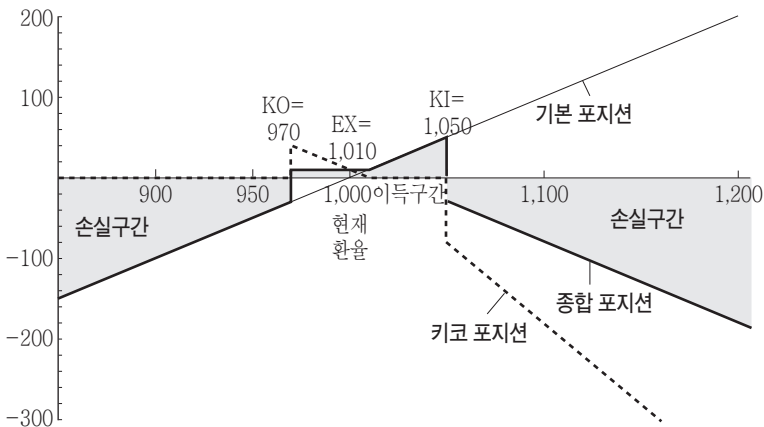
- ,가 2~3  
가 KI  
( < - 1 > , 2 ).

KI KO  
.  
- ,  
가  
가

○ 많은 수출중소기업들이 키코의 비극에 빠져든 것은 불리한 수익 구조에도 원인이 있지만 환율하락기의 끝 마당에 집중적으로 가입한데다 2008년의 금융위기에 따른 환율 폭등을 예측하지 못했기 때문이다.

- 많은 중소기업들은 환율이 900원대에서 1,000원대로 상승하는 시기에 환율의 하락을 기대하여 해지를 위해 집중적으로 가입했으나 오히려 환율이 폭등함에 따라 엄청난 피해가 발생하였음.

〈그림 III-1〉 키코(KIKO) 가입 기업의 손익구조



## 2. 자본구조와 기업가치

○ 금융기관이나 기업은 통상 자기자본을 지렛대로 이용한 차입(레

) .

- ,

.

가 X, 가 F 가 S  
가 B X F .

- 가 (S) 가 (X)가 가 (F)  
(X - F) 가 , 가 가 가  
가 0 가 ( ).

- 가 (B) 가 (X) 가 (F)  
가 가 가 가  
가 가

.

$$( \text{가} ) S = \text{Max}[X - F, 0] \quad (3)$$

$$( \text{가} ) B = \text{Min}[X, F] \quad (4)$$

가 (G)  
가 가 0 가  
( ).

- , 가 (X)가 가 (F) 가  
, (F - X) 가 가 .

$$( \quad \text{가} \quad ) G = \text{Max}[F - X, 0] \quad (5)$$

$$\begin{array}{ccc} \text{가} & \text{가} & \text{가} \\ & \text{가} & (3) \quad (4) \end{array}$$

가 .

$$\begin{array}{l} ( \quad \quad \quad ) V(=S+B) = \text{Max}[X - F, 0] \\ \quad \quad \quad + \text{Min}[X, F] = X \end{array} \quad (6)$$

$$(6) \quad \quad \quad \text{가}$$

가 가 .

- , 가 ( )  
(Modigliani - Miller I)<sup>8)</sup>.

가 가 가  
가 가 가 .

$$\begin{array}{l} ( \quad \quad \quad ) V(=S+B+G) = \text{Max}[X - F, 0] + \text{Min} \\ [X, F] + \text{Max}[F - X, 0] = \text{Max}[X, F] \end{array} \quad (7)$$

< - 2> 가 가

.

- 가  
 , 가 가

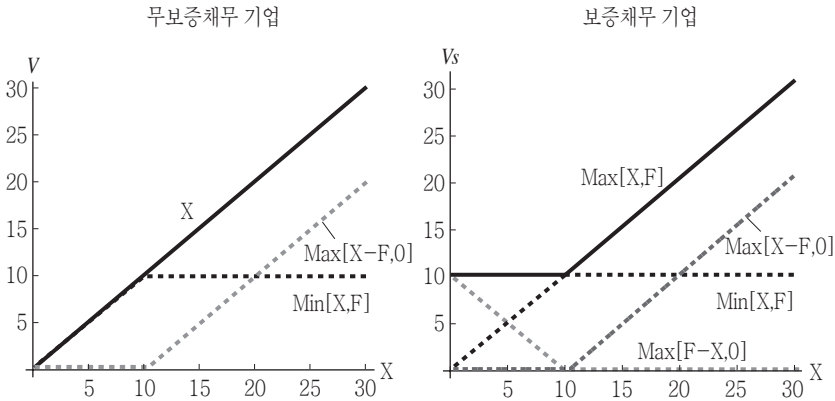
---

8)

가 가 ,

.

〈그림 III -2〉 채무보증에 따른 기업가치( $F=10$ )



가치의 하단경계(lower boundary)를 형성하게 됨.

- 보증채무 기업의 가치를 나타내는 곡선은 아래로 볼록한 형태를 가지고 있기 때문에 자산가격의 불확실성이 커지게 되면 기업가치 역시 커지게 됨.

### 3. 불확실성하에서의 차입활동과 기업가치

- 미래의 자산가치가 불확실한 경우 보증채무를 보유한 기업은 차입을 통한 레버리지를 최대로 활용하여 기업가치를 높이려는 유인이 작용하는데 그 이유는 다음과 같이 설명될 수 있음.
- 자산의 현재가치  $X$ 에 대하여 미래에 기대되는 자산가치를  $\tilde{X}$ 라

(expectation operator)

가 (8)

$$V_S = E\{\text{Max}[X - F, 0] + F\} = E\{\text{Max}[X - F, 0]\} + F \\ = \text{Max}[\tilde{X}, F] \quad (8)$$

- 가 (X)가 0

가 ( $\tilde{X}$ ) 0 가  $V_S$  F가 . ,  
가 가

(lower boundary)

-  $X > 0$   $V_S$  F , X  
F  $V_S$

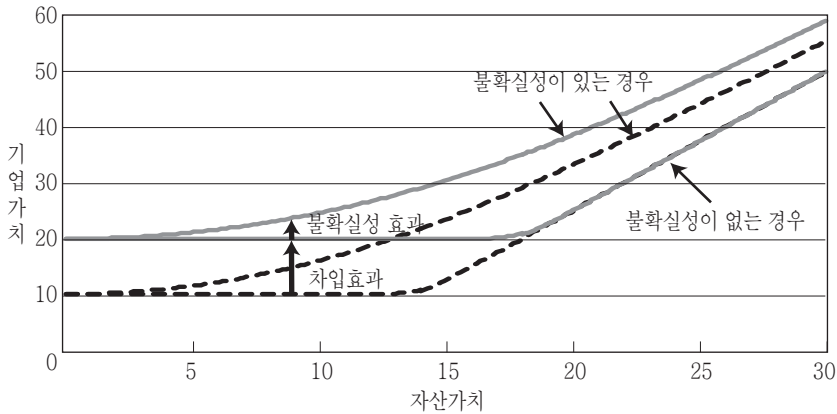
- X  $\tilde{X}$  F  
 $V_S$  X .

가 가 가 가 가  
가 가 가 (upside gain) 가  
가 (downside loss)  
(hedge) 가 .

< - 3> 가 가 가

- 가

〈그림 III-3〉 불확실성하에서 차입에 따른 기업가치의 변화



경계를 형성하며 보증채무의 증가에 따라 기업가치도 비례적으로 증가함.

- 불확실성이 없는 경우에는 기업가치는 현재의 자산가치와 동일하나 불확실성이 증가하면 기업가치는 옵션효과로 인해 현재의 자산가치 이상으로 증가함.
- 이는 금융기관이 보증채무와 파산옵션의 효과를 극대화하기 위해 과다차입의 유혹에 빠질 가능성이 큼을 시사함.



1.

(  
 )  
 - 가  
 가  

$$(P) = \text{Max}[P - C - D, 0] + \text{Min}[P - C, D]$$

$$+ \text{Max}[D - (P - C), 0] = \text{Max}[P - C, D] \quad (9)$$
 , P : 가 , C : , D :  
 (9) 가 , 가 가  
 - (P - C) (D)  
 가 가 0 .  
 - 가 가  
 0 가 가

- 가 P가
- random walk 가 .
- P geometric Brownian  
motion with drift 가 .

$$dP = \mu P dt + \sigma P dw \quad (10)$$

, : drift , : volatility

가  $V(P)$  dynamic programming

Bellman equation (   
 < > ).

$$V(P) = (P)dt + e^{-r dt} E[V(P+dP)] \quad (11)$$

stochastic calculus (11) 가 가

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V''(P) + (r - \delta) P V'(P) - r V(P) + (P) = 0 \quad (12)$$

$V(P)$  가 가 .

$$( \text{가} ) V(P) = A_2 P^2 + P / - C / r (P - C - D) \quad (13)$$

$$( \text{가} ) V(P) = B_1 P^{1+D/r} (P - C < D) \quad (14)$$

- (13) 가 가

가 , 가 .

- (14) 가 가 (13)  
가 ,  
가 .

- 가 P  
( ).

## 2. 가 가

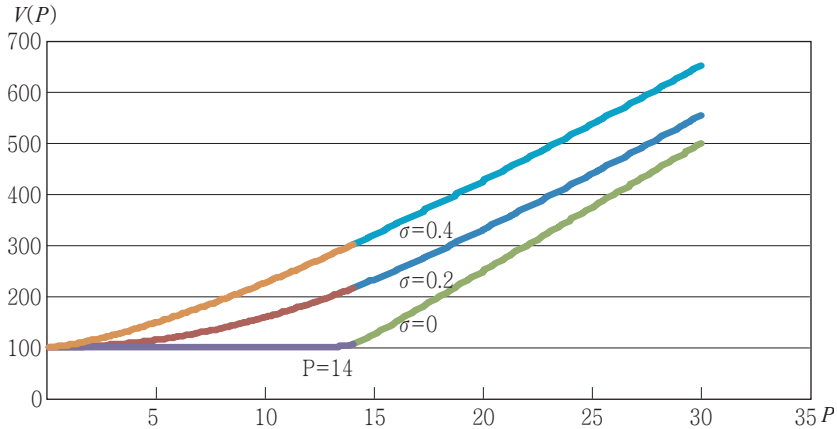
가  
( ) 가 (V(P))가  
.

- (risk -  
neutral) 가 r=  
=0.04 ,  
C=10, D=4 .

< - 1>  
가 가 가 < - 3>  
.

- 가 P=14  
(=C+D) ( ) 가 가  
가가 .

〈그림 IV-1〉 불확실성( $\sigma$ )의 증가에 따른 기업가치( $V(P)$ )의 변화



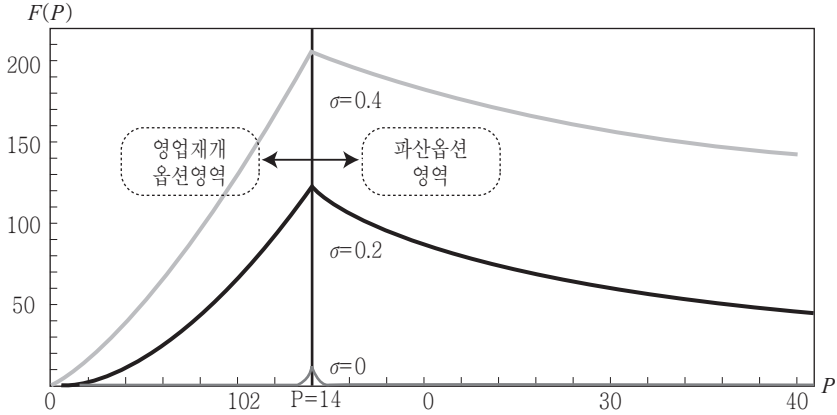
– 이는 기업가치의 불확실성이 커지는 경우 옵션 행사가 결정적으로 필요한 시점에서 기업이 가지는 파산옵션이나 영업재개 옵션의 가치가 극대화됨을 의미함.

○ 〈그림 IV-2〉는 식 (13)의 파산옵션과 식 (14)의 영업재개 옵션의 가치가  $P$ 값의 변화에 따라 어떻게 달라지는가를 분석한 것임.

– 이 그림에서도 확인할 수 있듯이 옵션의 가치는  $P=14$ 일 때 극대화됨.

○ 또한, 파산옵션의 가치는  $P$ 가 증가(감소)할수록 작아(커)지는 반면, 영업재개 옵션의 가치는  $P$ 가 감소(증가)할수록 작아(커)짐.

– 그 이유는  $P$ 가 14보다 클수록 파산 확률이 낮으므로 파산옵

〈그림 IV-2〉 불확실성( $\sigma$ )의 증가에 따른 옵션가치( $F(P)$ )의 변화

선의 가치가 작아지고,  $P$ 가 14보다 작을수록 영업 재개 확률이 낮으므로 영업재개 옵션의 가치가 작아지기 때문이다.

○ 〈그림 IV-2〉는 불확실성( $\sigma$ )의 변화에 따라 옵션의 가치가 어떻게 영향을 받는지도 보여 주고 있음.

– 그림에서 알 수 있듯이 불확실성이 높아질수록 옵션의 가치가 커지고  $P=14$ 인 점에서 그 값이 극대화됨은 앞에서 설명한 바와 같음.

○ 수치분석의 또 다른 관심사항은 보증채무액( $D$ )의 크기에 따라 기업가치( $V(P)$ )가 어떻게 변하는가를 살펴보는 것임.

– 보증채무액의 영향 분석을 위한 파라미터 값으로 앞서서와 유사하게 무위험이자율과 할인율은  $r = 0.04$ , 불확실성은  $\sigma$

$=0.2$ , 생산비용은  $C=10$ 을 사용함.

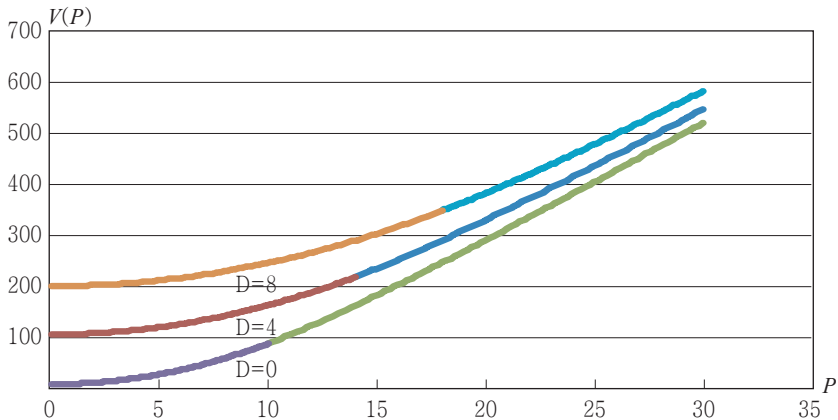
○ 수치분석 결과를 표시한 <그림 IV-3>에서 보는 바와 같이 보증채무액이 늘어날수록 기업가치가 커지고 채무 증가로 인한 기업가치의 증가는  $P=0$ 에서 가장 큰 것으로 나타남.

– 그 이유는 파산이 확실시되는 이 지점에서 채무보증으로 인한 풋옵션의 가치가 극대화되기 때문임.

○ 기업이 사실상 파산상태( $P-C < D$ )에 있더라도 불확실성이 존재하여  $P$ 가 유동적인 상황에서는 기업가치는 보증채무의 가치와 영업재개 옵션 가치의 합으로 평가됨.

– 그림의 가장 아래에 위치하는 기업가치 곡선에서 알 수 있듯이  $D=0$ 이고  $0 < P < C$ 인 경우에도 영업재개 옵션의 존재로

<그림 IV-3> 채무액( $D$ )의 증가에 따른 기업가치( $V(P)$ )의 변화



가 (+) 가 .

-

가 가 가 가

<sup>9)</sup>

(D) 가

가 가 가 .

< - 4>

가 가

가 가 P .

-

가 가 P

가 .

가 가 가

가 .

(too - big - to - fail) 가

9)

가

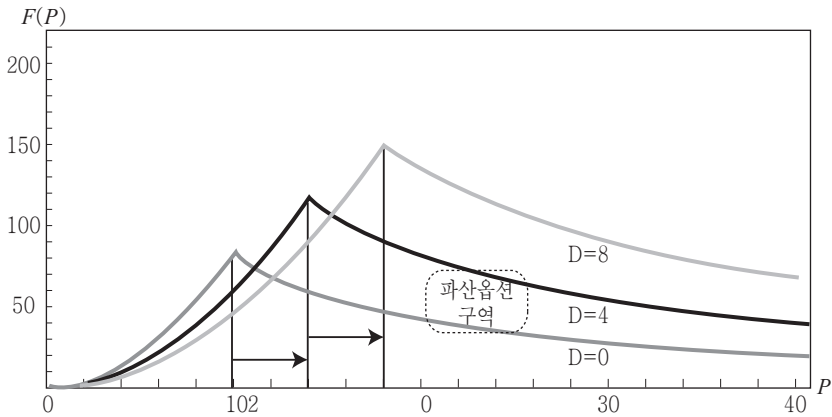
(FDIC)

가 가 .

Geithner put FDIC  
가 (Timothy

put  
Geithner:  
가  
).

〈그림 IV -4〉 채무액( $D$ )의 증가에 따른 옵션가치( $F(P)$ )의 변화



기업의 생존력을 약화시켜 오히려 금융위험을 높이는 역설적인 상황이 초래될 수 있음을 시사함.

### 3. 금융경색이 자본비용과 투자에 미치는 영향 분석

○ 금융경색은 정도의 차이는 있으나 금융 가속도 효과(financial accelerator)를 통해 실물경제의 침체로 이어지는 것이 일반적임.

- 금융경색의 가속도 효과는 금융시장 경색 → 자산손실 발생 및 차입활동 위축 → 기업과 가계의 순자산가치 및 현금흐름 감소 → 생산·소비·투자 위축의 과정을 거쳐 발휘됨(Bernanke and Gertler, 1995).
- 특히, 금융경색이 2008년의 금융위기와 같이 은행권의 금융



가

(IMF, 2008).

가 (reversibility) .

-

.

가

가

가

가

.

가 가

가 (NPV rule)

가

가

.

- 가 가

가

가

가

가

가

.

- 가  $F(P)$

가

(

).  
 ).

$$(P) F(P) = A_1 P^{-1} \quad (15)$$

$$V(P), K$$

$$(P) V(P) - K = 0 \quad (16)$$

$$(P) V(P) - K = F(P) \quad (17)$$

(16) (17) (expected  
rate of return) (cost of capital)  
P

- 가 가 가  
가

가 가

가

가 가가  
가

-  $r = 0.04, C = 10, K = 300$

( ) (D) 가 .

< - 1> 0.2 0.4 가 가  
가 가

.

- 가 가

.

- 가 가  
가 2 ~4

.

가 가

.

- 가 가 가  
, 가 가

.

가 가

.

- 가  
가가 가 가 .

- , 가 가  
가 (V(P)) 가 (F(P))가 가

< -1> |

(D)	( )=0.2		( )=0.4	
	가	가	가	가
0	20.4	41.6	17.3	68.6
2	19.5	40.4	15.7	64.4
4	18.5	39.0	13.9	59.6
6	17.0	37.1	11.7	54.1
8	14.6	34.6	8.9	47.7
10	11.0	31.2	5.5	39.5

가

.

2008

가

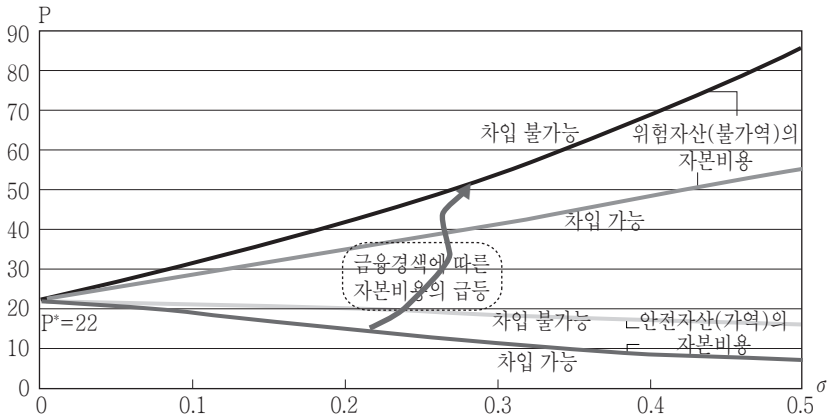
.

가 가 가

.

< - 5> 가 가 (D=0)  
(D=10) 가  
가  
- 가

〈그림 IV-5〉 불확실성하에서 금융경색에 따른 자본비용의 급등



보장되고 차입이 가능한 경우에는 자본비용이 우하향하나, 일단 금융경색이 발생하면 투자가 불가역적으로 변하고 투자의 불확실성이 높아지며 차입이 불가능해져 자본비용이 우상향으로 급변하게 됨.

— 그림에서 화살표는 금융시장에서 갑작스러운 금융경색이 발생하면 이 같은 효과가 복합적으로 작용하여 자본비용이 단기간에 급등할 수 있음을 단적으로 보여 주고 있음.

- 금융경색하에서 나타나는 안전자산과 위험자산 간의 자본비용의 괴리는 실제로 금융시장에 관측되는 전형적 사실의 논리적 근거를 제공함.
- 금융시장이 안정적이고 투자환경이 우호적이며 투자위험(불확실성)이 높을수록 수익성은 높고 자본비용은 낮아져 기업이나

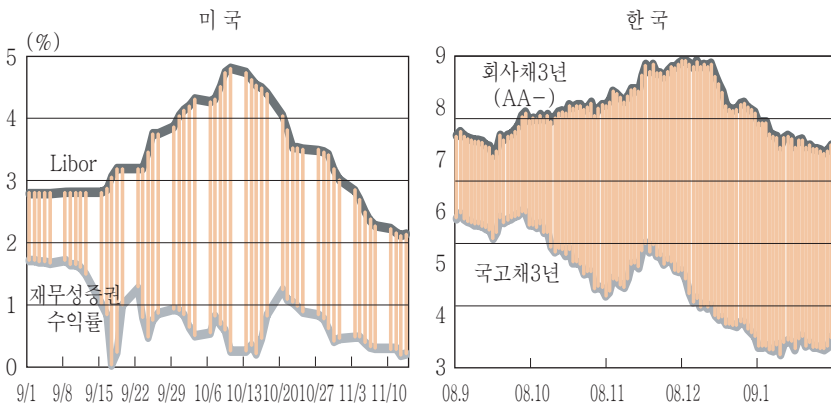
금융기관들은 레버지리 확대를 통해 자산을 늘리고 수익 극대화를 추구할 유인이 존재함.

- 일단 자산거품이 붕괴되어 금융경색이 발생하게 되면 위험자산을 많이 보유한 금융기관이나 기업은 차입이 불가능해지고 투자가 불가역적으로 변질되어 자본비용이 급등하게 됨.

– 따라서 금융경색기에는 투자의 가역성이 높은 국채 등 안전자산의 자본비용과 투자의 가역성이 낮은 회사채 등 위험자산의 자본비용 간에 커다란 괴리가 발생함.

- <그림 IV-6>은 2008년의 금융위기를 전후하여 미국과 우리나라의 금리 스프레드(안전자산과 위험자산 간 금리 차이)를 보여주고 있음.

<그림 IV-6> 안전자산과 위험자산 간의 금리 차 추이



자료 : 미국 연방은행, 블룸버그, 한국은행.

- (Libor)  
(Ted Spread)  
가 2008 9~10 4%가

- 2002  
2006 0.25%

- 2008 10 3  
3 (AA -) 가 4%가

- 2008  
1%

가

-

가

가

-

(risk - averse)

가 .

- 가

1 가 0.1 (

=r+0.1 ).

-

C=10, D=4, K=500

( ) (r) 가 .

&lt; -2&gt;

( ) 가 가

( ) .

-

0.05(5%) 0.01(1%)

1/2~1/3

.

&lt; -2&gt;

( )	(r)=0.01		(r)=0.05	
	가	가	가	가
0.1	15.2	22.7	41.5	52.0
0.2	13.7	28.8	46.2	71.3
0.3	13.0	35.3	49.7	93.1
0.4	12.8	42.5	52.9	118.1
0.5	12.9	50.5	56.0	146.3



가 (r=0.05)

가 가 .

- ( )

가 가 .

- 가 가 가

.  
.

- , 가 가 (r=0.01)

가 가 가

가 가 .

.  
.

< -7> 3 .

- 가 가

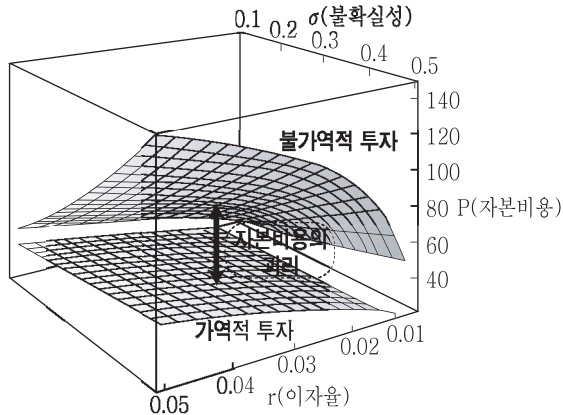
가

.  
.

가 가 .

- , .

〈그림 IV-7〉 불확실성 및 금리 변동이 자본비용에 미치는 영향



- 이에 비하여 불확실성 증가가 자본비용에 미치는 영향은 불확실성이 높을수록 커지는 반면, 불확실성이 낮을수록 작아짐.
- 이 같은 분석 결과는 금융경색으로 투자의 불가역성과 불확실성이 높은 상황에서 자본비용을 낮추기 위해서는 대폭적인 금리 인하가 필요함을 시사하고 있음.

#### 4. 금융경색과 투자의 불가역성

- 금융위기가 발생하면 위험자산에 대한 자본비용은 단기간에 폭등하며 자본비용의 폭등을 야기하는 금융시장의 취약성은 금융기관이나 기업들의 심리적 요인에 의해 큰 영향을 받음.

가 (self - fulfilling financial panic theory) .<sup>10)</sup>

-

(herding behavior)

(panic)

.

-

(expectations)

.<sup>11)</sup>

(bad equilibrium)

.

-

가

가

가

가

.

10)

Dybvig(1983), 1997~98  
2008

(bank run)

Diamond and

Radelet and Sachs(1998),

Bebchuk and Goldstein(2008)

.

11) Krugman(1991)

가

(history)

(expectations)

가

(multiple equilibrium)

.

가

- ,

•

- ,

,

(sunk

가

•

- 가

가

•

(     )가

,

·

가

( )

가 .

-

가  
(panic)

가 가 가

·

2008

,

가

가

(unsustainable systemic risk)

·

-

가,

,

가 .

·

- .

.

,

,

.

- 가 가

가 가

가 , 가

.

.

- (panic theory) ,

가 .

- (moral hazard theory)

(

) 가 .

---

- 가

2008

가 가

-

- (capital injection)

(coordination failure)

- , " , 2008. 11. 5.
- , " , "e - Kiet 421 , 2008. 11. 19.
- Abel, Andrew B., and Janice C. Eberly, " A Unified Model of Investment Under Uncertainty, " American Economic Review, 84, 1994, pp. 1369~84.
- Abel, Andrew B., and Janice C. Eberly, " Optimal Investment with Costly Irreversibility, " Review of Economic Studies, 63, 1996, pp. 581~93.
- Abel, Andrew B. et al., " Options, the Value of Capital, and Investment, " Quarterly Journal of Economics, 111, 1996, pp. 753~77.
- Agénor, Pierre - Richard, and Joshua Aizenman, " Contagion and Volatility with Imperfect Credit Markets, " IMF Working Paper No. 127, International Monetary Fund, 1997.
- Bebchuk, Lucian and Itay Goldstein, " Self - Fulfilling Credit Market Freezes, " Harvard Law School Discussion Paper, No. 623, December 2008.
- Bernanke, Ben S. and Mark Gertler, " Inside the Black Box: The Credit Channel of Monetary Policy Transmission, " Journal of



- Economic Perspectives, 9(4), 1995. pp. 27~48.
- Brunnermeier, Markus K., " Deciphering the Liquidity and Credit Crunch 2007 - 2008, " Journal of Economic Perspectives , 23(1), Winter 2009, pp. 77~100.
  - Calvo, Guillermo A., " Varieties of Capital Market Crises, " Working Paper No.15, Center for International Economics, University of Maryland, 1995.
  - Diamond, Douglas W., and Philip H. Dybvig, " Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity, " Journal of Political Economy, 91, 1983, pp. 401~19.
  - Diamond, Douglas W and Raghuram Rajan, " The Credit Crisis: Conjectures about Causes and Remedies, " NBER Working Paper 14739, February 2009.
  - Dixit, Avinash K., and Robert S. Pindyck, Investment under Uncertainty Princeton: Princeton University Press, 1994.
  - IMF, World Economic Outlook, October 2008.
  - Krugman, Paul R., " A Model of Balance of Payments Crisis, " Journal of Money, Credit, and Banking 11, 1979, pp. 311~25.
  - Krugman, Paul R., " History Versus Expectations, " Quarterly Journal of Economics, 106(2), 1991, pp. 651~667.
  - Radelet, Steven and Jeffrey D. Sachs, " The East Asian Financial Crisis: Diagnosis, Remedies, Prospects, " Brookings Papers on Economic Activity, Number 1, 1998, pp. 1~90.
  - Stiglitz, Joseph E. and Andrew Weiss, " Credit Rationing in Markets with Imperfect Information, " American Economic

Review, 71, 1981, pp. 393~410.

- Woojin Youn, Essays on Asymmetries, Uncertainty and Investment, Ph. D. Dissertation, Department of Economics, Michigan State University, 1998.

< >

1.

(infinite horizon) 가 (risk - neutral) 가 ,  
가  $V(P)$  .

$$V(P) = \text{Max}_{P_t} E_t \int_0^\infty (P_t - C) e^{-rs} ds \quad (1)$$

,  $P_t$  가 ,  $C$  ,  $r$

가  $P_t$  geometric Brownian motion with drift 가 .

$$dP = aPdt + \sigma Pdw \quad (2)$$

, : drift , : volatility

## 2. dynamic programming

가  $V(P)$  recursive Bellman equation .

$$V(P) = (P - C)dt + e^{-rdt} E[V(P + dP)] \quad (3)$$

$e^{-rdt}$  Taylor

$$e^{-rdt} = 1 - rdt + o(dt) \quad (4)$$

,  $o(dt)$  (higher - order terms)

$$(4) \quad dt \rightarrow 0 \quad o(dt)$$

(3)

$$V(P) = (P - C)dt + (1 - rdt) \{E[V(P+dP)]\} \quad (5)$$

(5)

$$E(dV) = E[V(P+dP) - V(P)] \quad (6)$$

$$(5) \quad (6)$$

$$rV(P)dt = (P - C)dt + E(dV) \quad (7)$$

$$(7) \quad \text{가} \quad (\text{required rate of return}) \quad dt$$

가

(arbitrage condition)

( ) .

$V(P)$

$P_t$

(7)

13) Itô's lemma

.  $y=f(x)$

Taylor

$$dy = f'(x)dx + \frac{1}{2}f''(x)(dx)^2 + \dots$$

$$x \nearrow dx/x = \mu dt + \sigma dw$$

$$E(dy) = [f'(x)\mu + \frac{1}{2}f''(x)\sigma^2]dt$$

$E(dV) = \text{Itô's lemma}^{13)}$

$$E(dV) = \alpha PV(P)dt + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V''(P)dt \quad (8)$$

(8) (7)

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 V''(P) + \alpha PV(P) - rV(P) + (P - C) = 0 \quad (9)$$

3.

(risk - averse) 가

(risk - adjusted rate of return)  $r_k$

CAPM(Capital Asset Pricing Model)

$$r_k = r + \beta_{pm} \quad (10)$$

- (10)  $r$  , 가 ,  $\beta_{pm}$

$r_k$  가  $P_t$  가

$$r_k = \quad + \quad (11)$$

second moment가

(10) (11) certainty equivalent

$$- \frac{1}{r - \rho_m} = r - \quad (12)$$

(9) (12) certainty equivalent

2

$$\frac{1}{2} P^2 V''(P) + (r - \rho) P V'(P) - r V(P) + (P - C) = 0 \quad (13)$$

4.

(13) Cauchy - Euler 가  
 $V^c(P) = P$  complement function (trial solution)

$$P \left[ \frac{1}{2} (r - \rho)^2 + (r - \rho) - r \right] = 0 \quad (14)$$

$$r_1 = \frac{1}{2} - (r - \rho) / \rho^2 + \sqrt{[(r - \rho) / \rho^2 - \frac{1}{2}]^2 + 2r / \rho^2} > 1 \quad (15)$$

$$r_2 = \frac{1}{2} - (r - \rho) / \rho^2 - \sqrt{[(r - \rho) / \rho^2 - \frac{1}{2}]^2 + 2r / \rho^2} < 0 \quad (16)$$

complementary function

$$V^C(P) = A_1 P^{-1} + A_2 P^{-2} \quad (17)$$

,  $A_1, A_2$

, particular integral undetermined coefficient .

$$- \quad V^P(P) = B_1 P - B_2 C \quad dV^P/dP = B_1, \quad d^2V^P/dP^2 = 0 \quad (13)$$

.

$$B_1 P - r B_2 C = P - C \quad (18)$$

$B_1 = 1/r$ ,  $B_2 = 1/r$ 가 particular integral .

$$V^P(P) = P/r - C/r \quad (19)$$

(17) (19) 가

.

$$( \quad \text{가} , (P - C) > D ) \quad V(P) = A_1 P^{-1} + A_2 P^{-2} + P/r - C/r \quad (20)$$

가

가 .

$$( \quad \text{가} , (P - C) < D ) \quad V(P) = B_1 P^{-1} + B_2 P^{-2} + D/r \quad (21)$$

## 5. (boundary condition)

(20) (21)

가 가 .

- (20) 가 P 0  
 $r_1 > 1$   $A_1 = 0$  .

- (21) 가 P 0 0  
 $r_2 < 0$   $B_2 = 0$  .

$A_2$   $B_1$

(boundary condition) .

- 가 가  
 $P = C + D$  (smooth transition)

.

- 가

.

(value - matching condition)

$$A_2(C+D)^{2+} + (C+D)/-C/r = B_1(C+D)^{1+D/r} \quad (22)$$

(smooth - pasting condition)

$$_2A_2(C+D)^{2-1+} + (C+D)/-C/r = _1B_1(C+D)^{1-1} \quad (23)$$



$$A_2 = B_1 \quad .$$

$$A_2 = \frac{(r + \alpha_1)(C+D) - r_1(C+D)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(C+D) - 2r} \quad (24)$$

$$B_1 = \frac{(r + \alpha_2)(C+D) - r_2(C+D)}{(\alpha_1 - \alpha_2)(C+D) - 1r} \quad (25)$$

$$A_1 = B_2 = 0 \quad (20)$$

$$(21) \quad \text{가 } P, C, D, r,$$

, .

$$( \quad \text{가 } , (P - C) \geq D ) \quad V(P) = A_2 P^2 + P/r - C/r \quad (26)$$

$$( \quad \text{가 } , (P - C) < D ) \quad V(P) = B_1 P + D/r \quad (27)$$

## 6. 가 (irreversibility)

가

(optimal rule of investment) .

-

가 (reversibility) 가

.

가 가

가 .

가 가 (reversible) 가 (NPV rule)  
 가  $V(P)$  K  
 가 0 .

$$(가 가) V(P) - K \geq 0 \quad (28)$$

- (cost of capital) (28)

$$P, \\ P .$$

가 가 (irreversible)

.

- (option to invest)  
 가 (13) complementary  
 function (17) .

- (17) 가  $P \geq 0$  0

$\alpha_2 < 0$   $A_2 = 0$  . 가

(29) .

가 가 가  
 가 .

$$(가 가) F(P) = A_1 P^{-1} \quad (29)$$

$$(가 가) V(P) - K \geq A_1 P^{-1} \quad (30)$$

(30) P

$$\text{(value - matching condition)} \quad A_2 P^{*2} + P^* / -C/r = A_1 P^{*1} \quad (31)$$

$$\text{(smooth - pasting condition)} \quad {}_2A_2 P^{*2-1} + P^* / -C/r = {}_1A_1 P^{*1-1} \quad (32)$$

$$(31) \quad (32)$$

$$P^*$$

Issue Paper 2009-243

---

2009年6月1日印刷

2009年6月3日發行

發行處

**산업연구원**

特別市東大門區回基路 66

130 - 742

電話: 3299 - 3114

登錄: 1983年7月7日第6 - 000 號

發行人

印刷處

購讀問議: (3299 - 3151)

內容 無斷轉載・譯載 禁 .

普及價 3,000

ISBN 978-89-5992-233-8 93320

---